MOVIMENTO HARMÔNICO AMORTECIDO MASSA - MOLA

Prof. Walmor Cardoso Godoi

http://wfisico.wix.com/godoi

@walmorgodoi

Movimento Harmônico Simples (MHS)

MHS Simples

- **Movimento oscilatório:** todo movimento de vaivém realizado simetricamente em torno de um ponto de equilíbrio.

- **Movimento periódico:** todo movimento oscilatório que se repete em intervalos de tempo iguais.

Movimento Harmônico Simples (MHS): movimento se repete em torno de uma posição de equilíbrio, em intervalos de tempo regulares

Características do movimento periódico

Período (T): menor intervalo de tempo no qual o evento se repete. Dado em segundos (no S.I.).

Frequência (f): o número de períodos que cabem numa determinada unidade de tempo. Se essa unidade de tempo for o segundo, a frequência será dada em Hertz (Hz).

$$f = \frac{1}{T}$$

Veja alguns exemplos

Oscilador harmônico simples (Pêndulo)

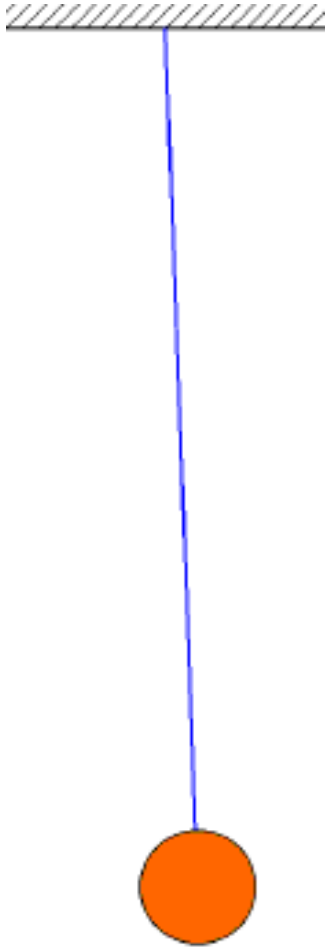


Imagem: Tibbets74 / GNU Free Documentation License

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$$

Veja alguns exemplos

$$F_R = K.(\Delta l + x) - m.g$$

Oscilador massa-mola vertical sem amortecimento

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

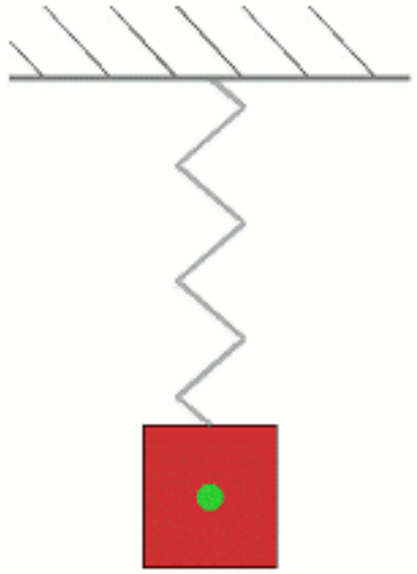
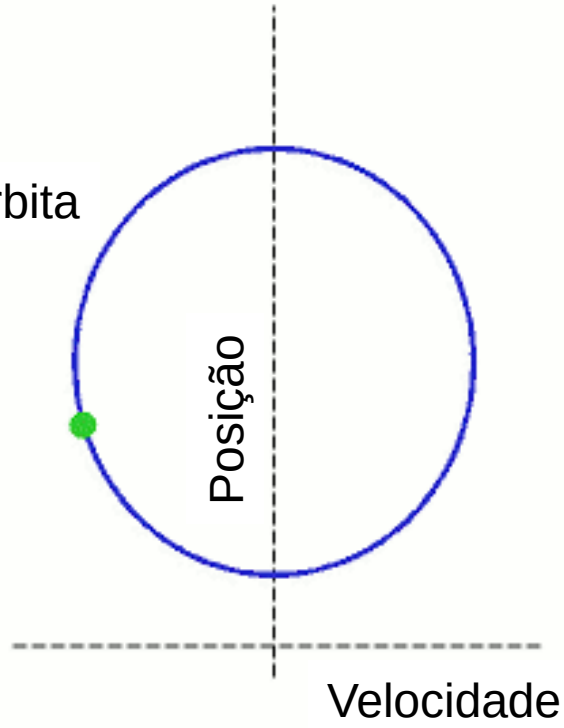
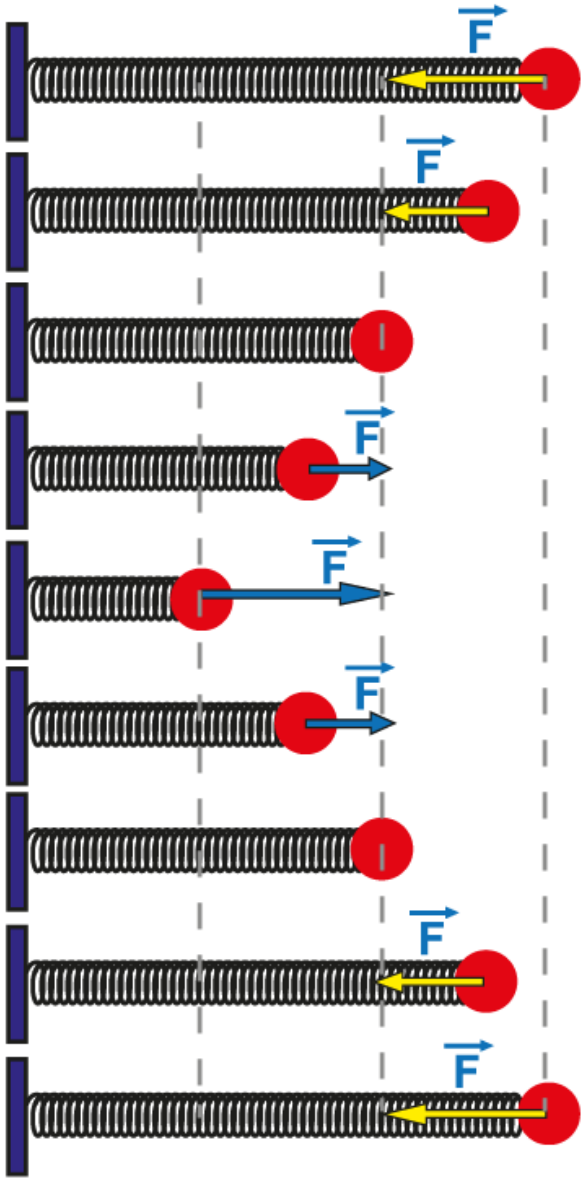
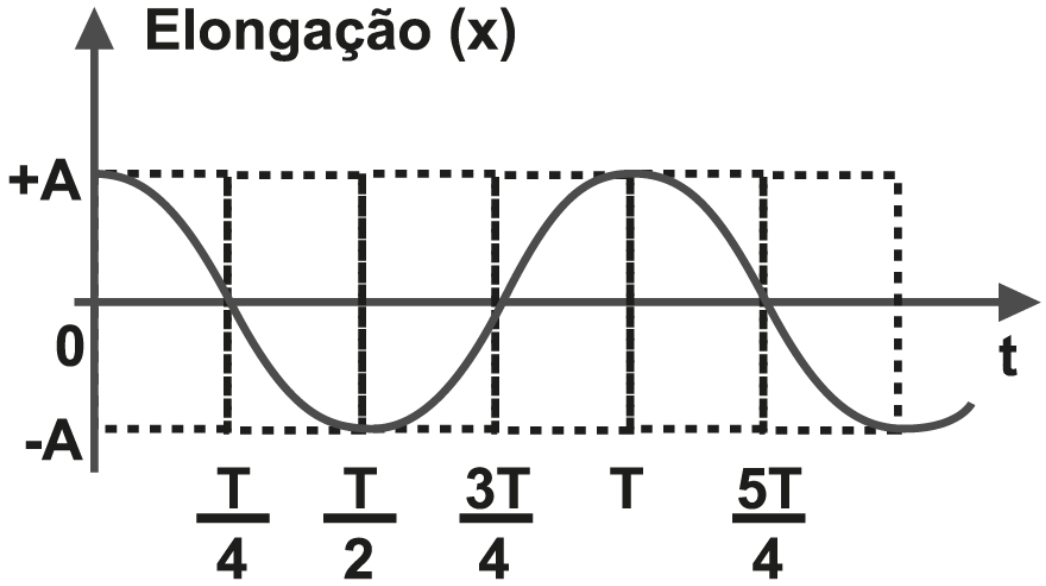


Imagem: Mazemaster / Public Domain



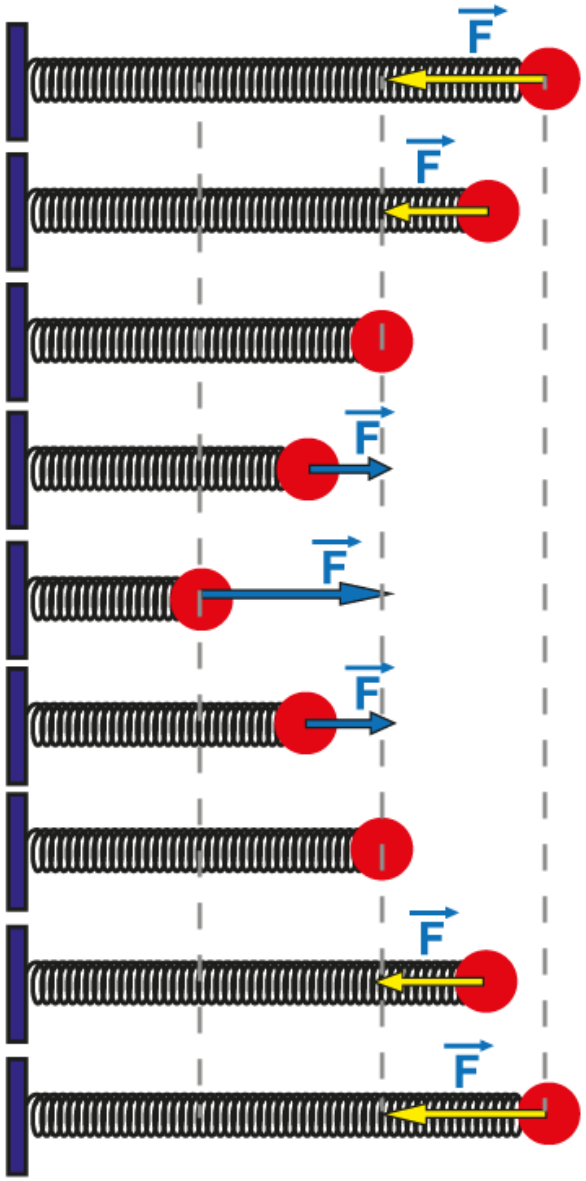
Gráficos do MHS – Posição x tempo

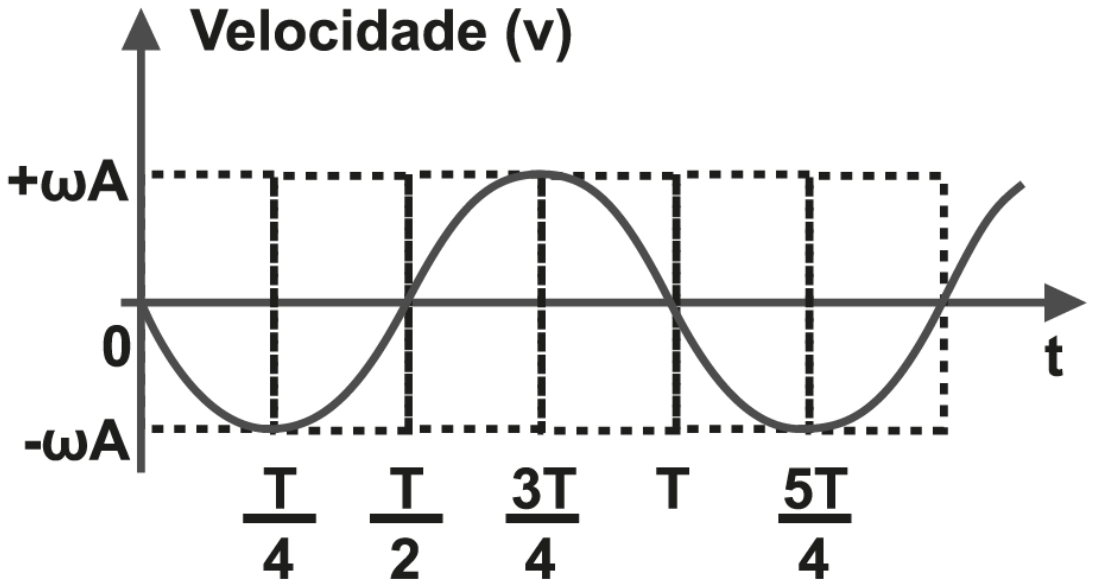




Imagens: SEE-PE, redesenhado a partir de ilustração de Autor Desconhecido.

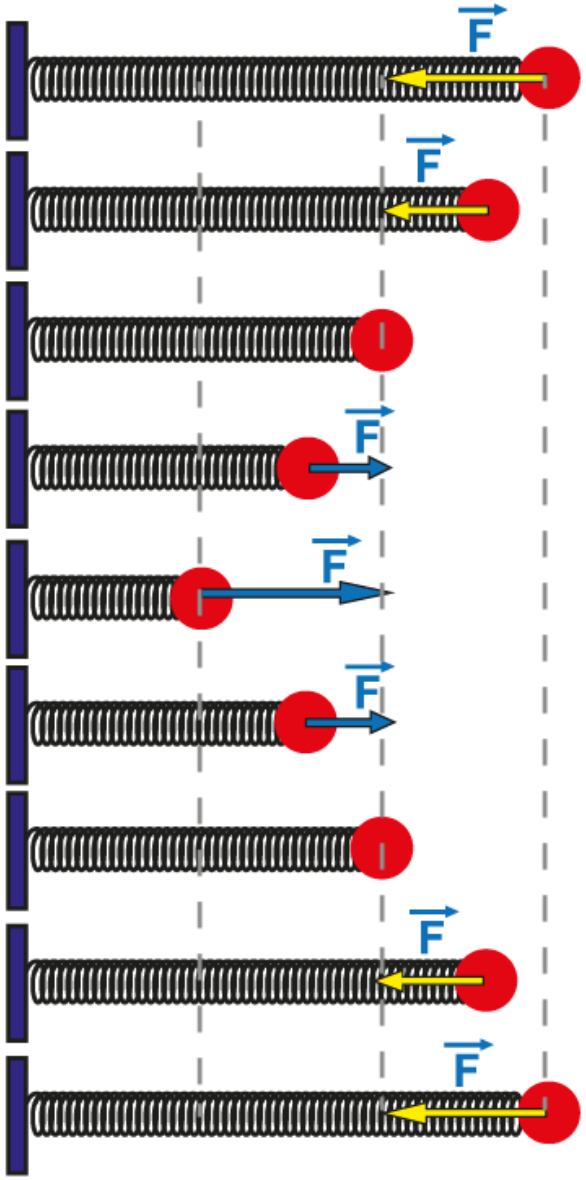
Gráficos do MHS – velocidade x tempo

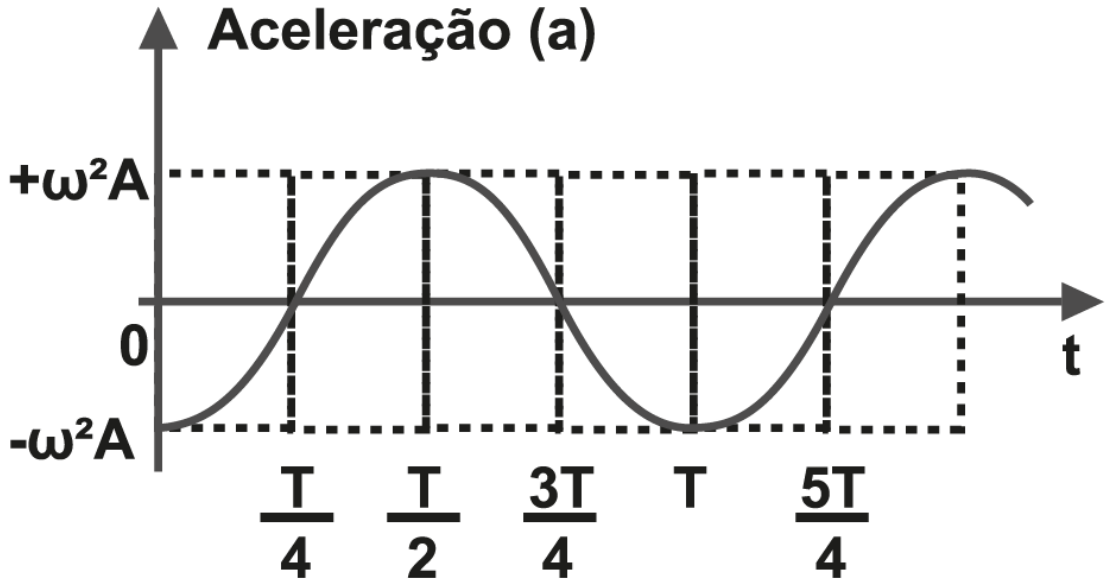




Imagens: SEE-PE, redesenhado a partir de ilustração de Autor Desconhecido.

Gráficos do MHS – aceleração x tempo





Imagens: SEE-PE, redesenhado a partir de ilustração de Autor Desconhecido.

Imagem: Autor desconhecido / Creative Commons Attribution-Share Alike 1.0 Generic

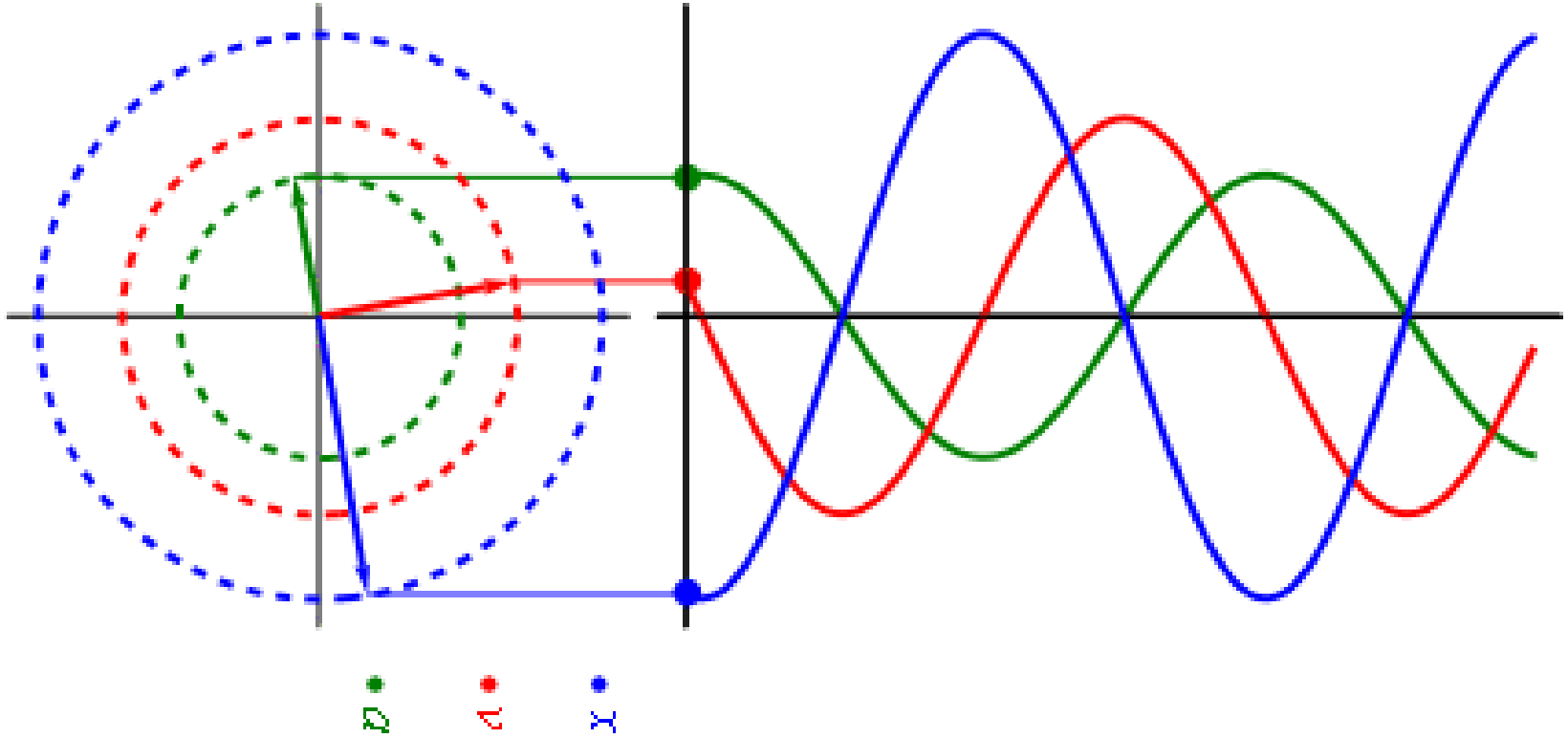
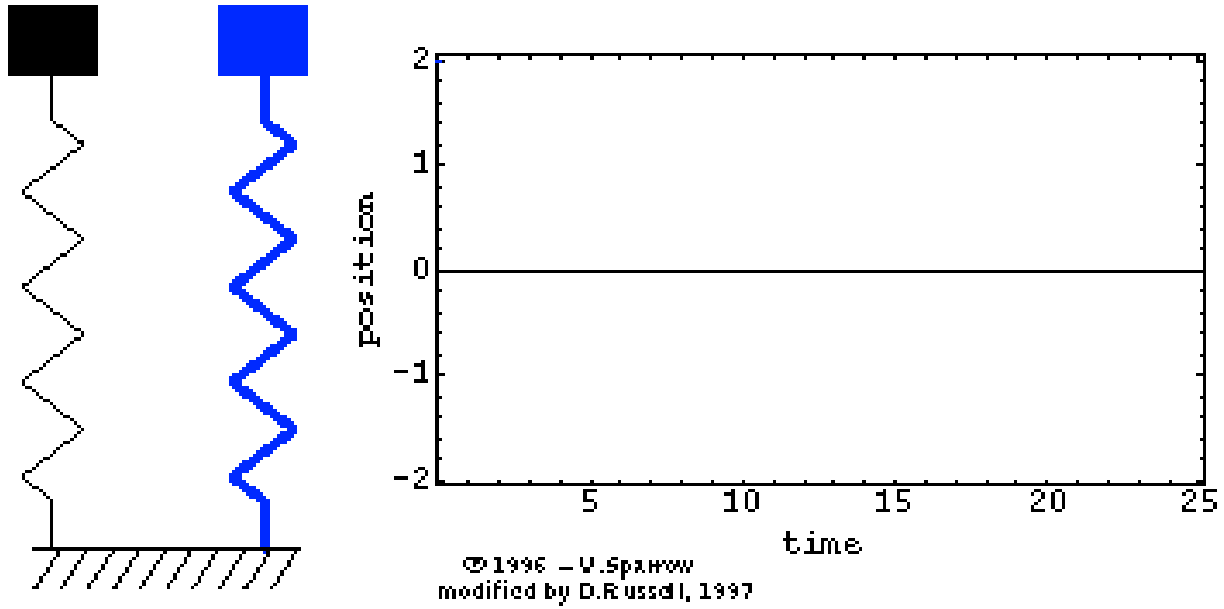


Imagem: Gonfer / Creative Commons Attribution-Share Alike 3.0 Unported

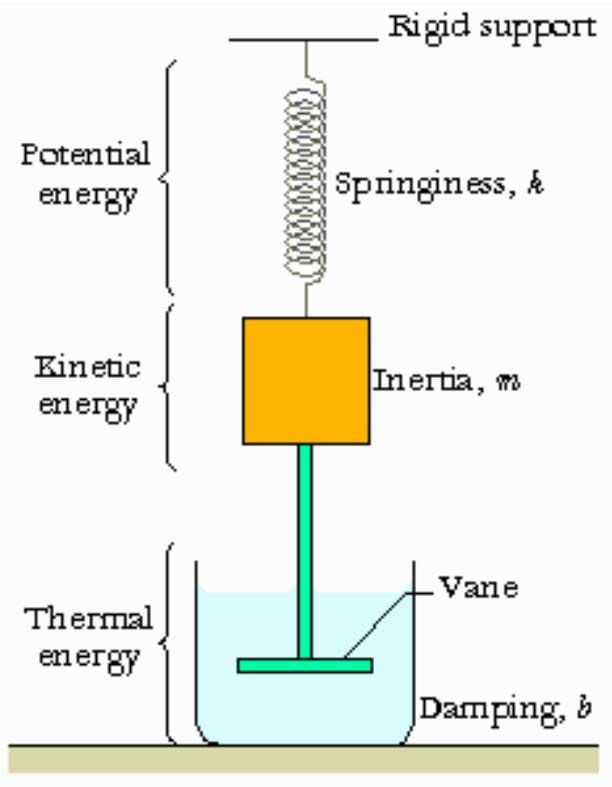
Movimento Harmônico Simples (MHS) Amortecido

Oscilador Harmônico

Simples **Amortecido**



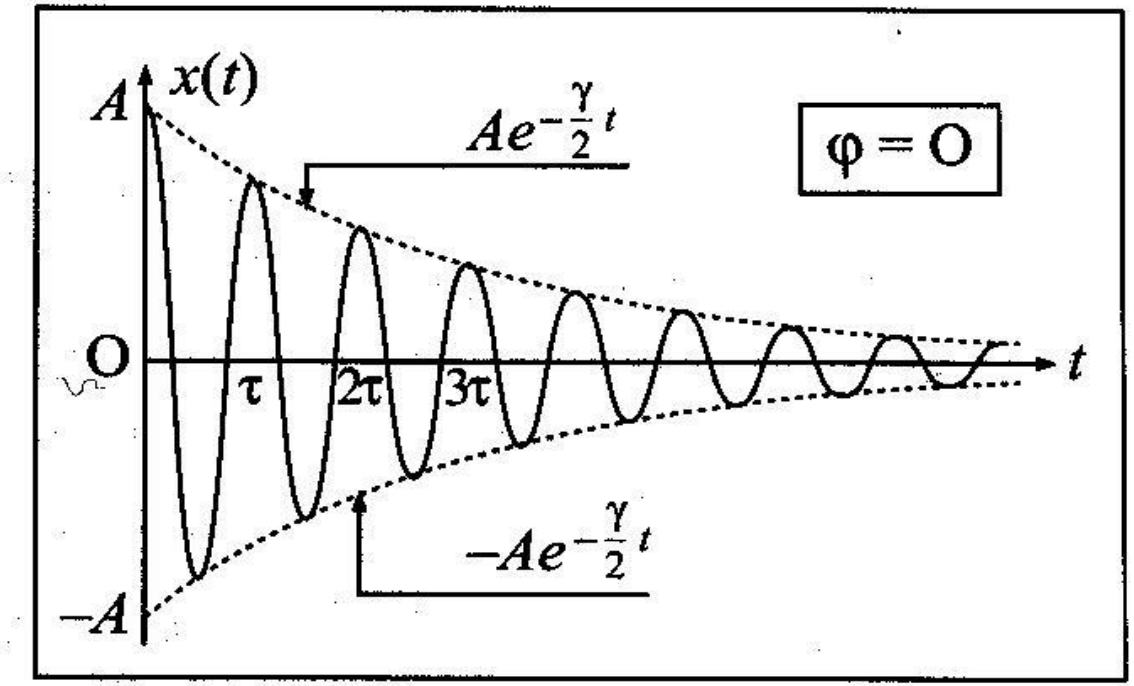
Oscilador Harmônico Amortecido



$$F = -kx - bv = ma$$

Amortecimento Subcrítico

$$x(t) = Ae^{-\frac{\gamma}{2}t}\cos(\omega t + \phi)$$



$$\gamma = b/m$$

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \frac{\gamma^2}{4}}$$

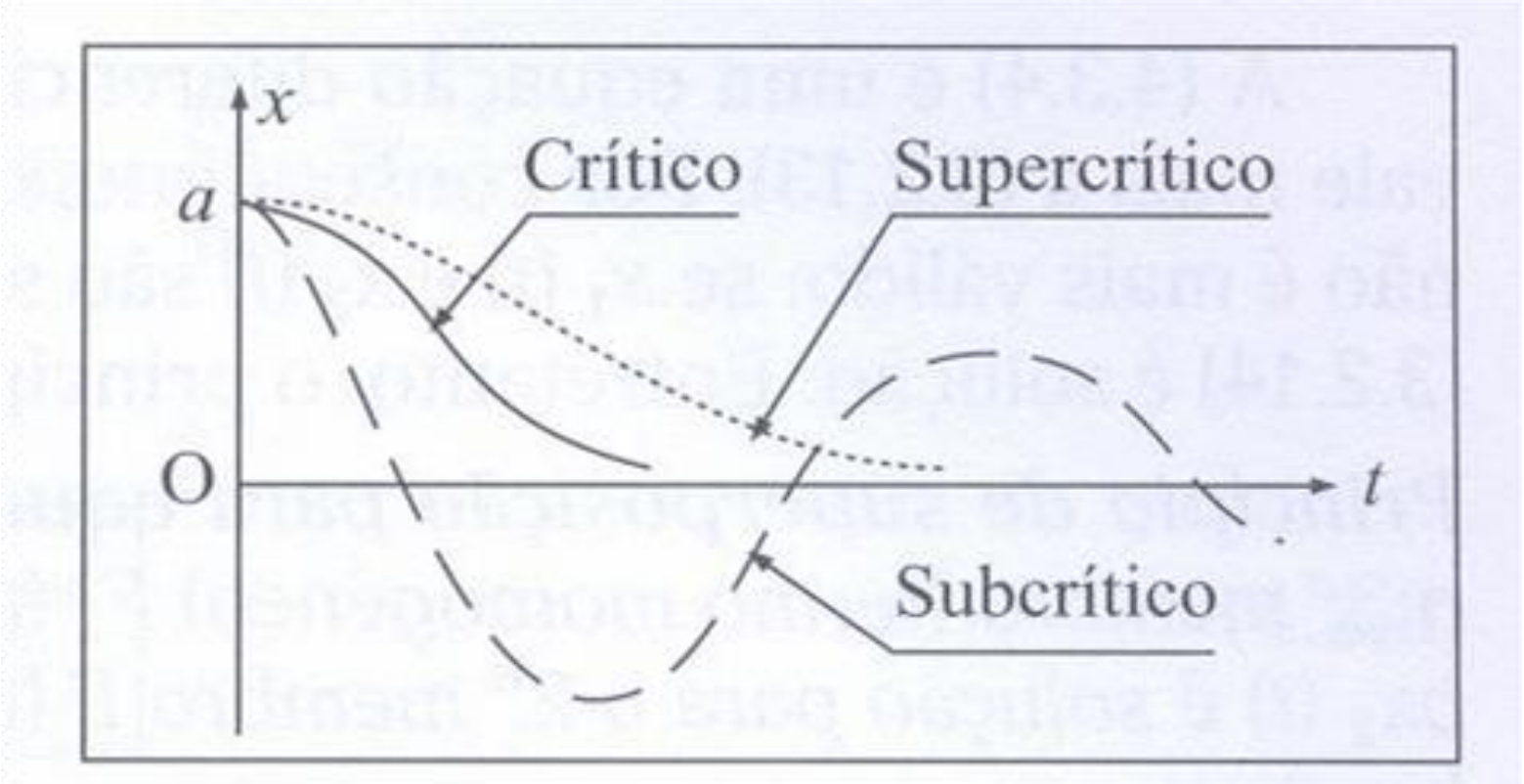
http://lectureonline.cl.msu.edu/~mmp/applist/damped/d.htm

Amortecimento

Subcrítico: $\frac{\gamma}{2} < \omega_0$

Supercrítico: $\frac{\gamma}{2} > \omega_0$

Crítico: $\frac{\gamma}{2} = \omega_0$



Amortecimento Supercrítico

$$x(t) = Ae^{pt} \quad ; \quad p_{\pm} = -\frac{\gamma}{2} \pm \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2}$$

SE: $\frac{\gamma}{2} > \omega_0$

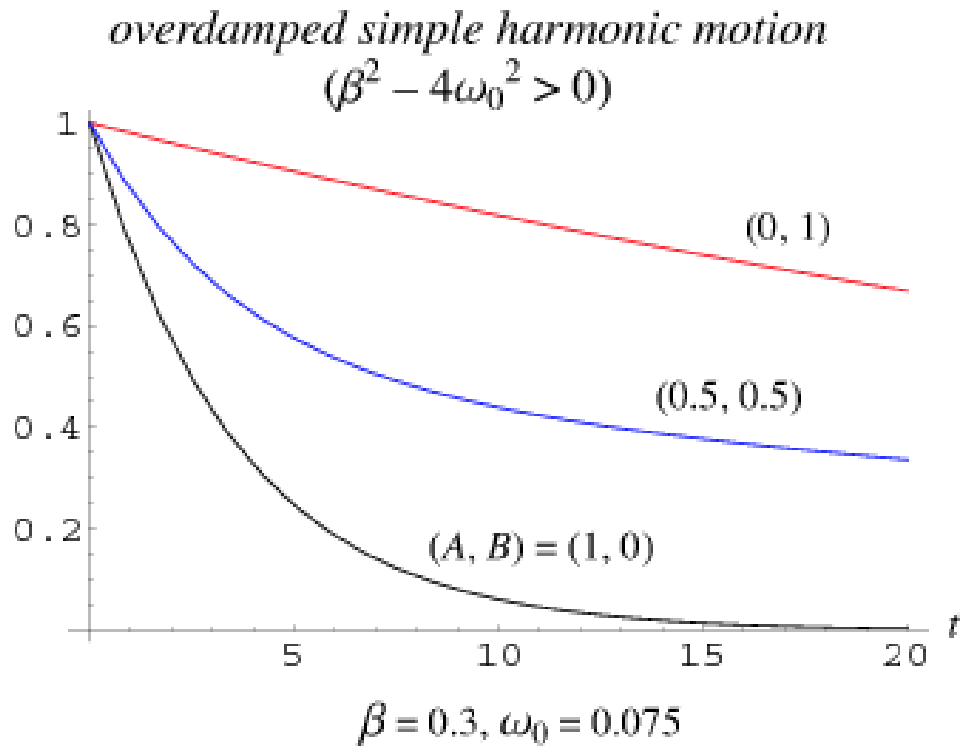
Raiz de número positivo

Amortecimento supercrítico

$$x(t) = e^{-\frac{\gamma}{2}t}\left(Ae^{\beta t} + Be^{-\beta t}\right) \quad ; \quad \beta = \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2}$$

Amortecimento Supercrítico

$$x(t) = e^{-\frac{\gamma}{2}t}\left(Ae^{\beta t} + Be^{-\beta t}\right)$$



$$\beta = \sqrt{\frac{\gamma^2}{4} - \omega_0^2}$$

Oscilações Forçadas

$$\omega_0^2 = k/m$$ **: Frequência natural do sistema**

$$\gamma = b/m$$ **: Amortecimento do sistema**

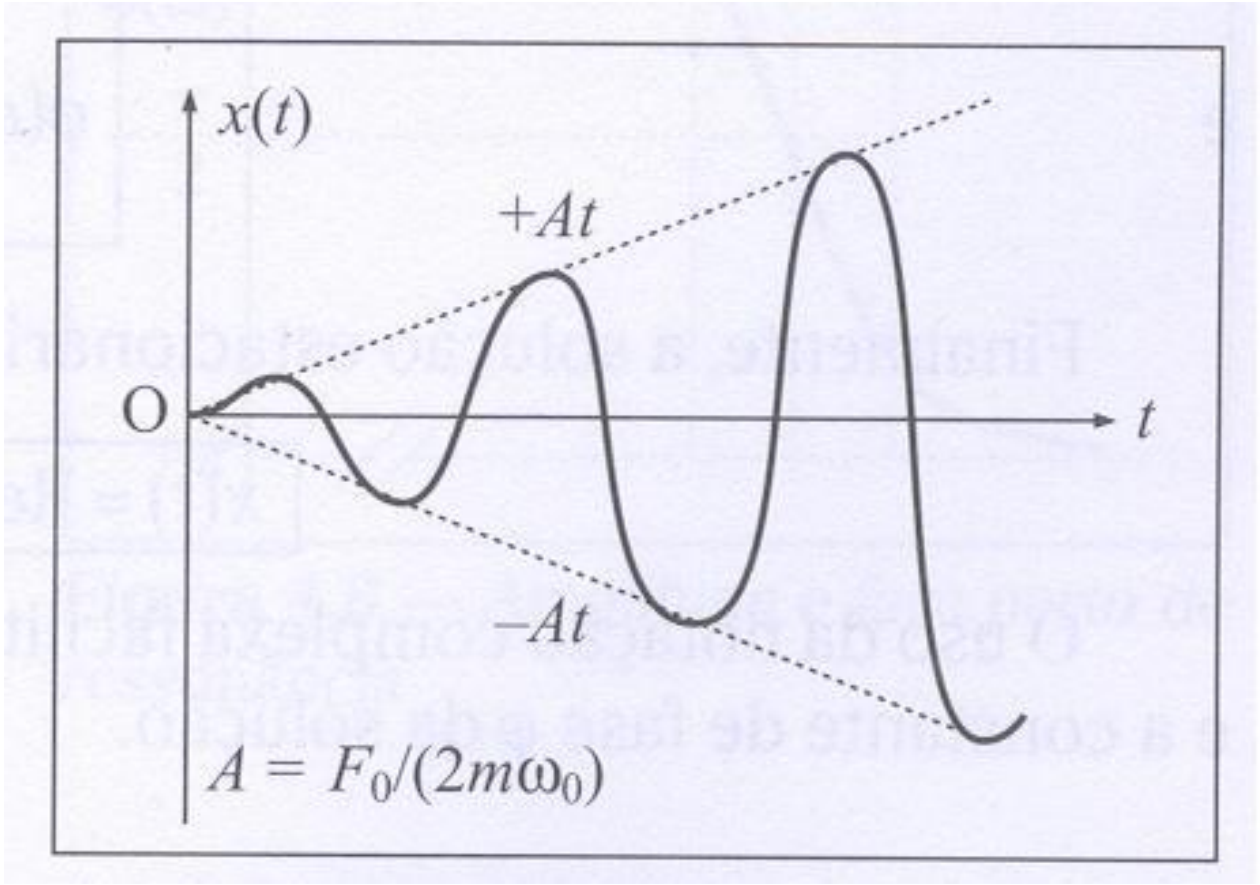
Força externa: $$F(t) = F_0 \cos(\omega_{ext} t)$$

Oscilações Forçadas

RESSONÂNCIA

$$\omega = \omega_o$$

$$x(t) = \frac{F_0}{2m\omega_0} t\, sen(\omega_0 t)$$



Oscilações forçadas amortecidas

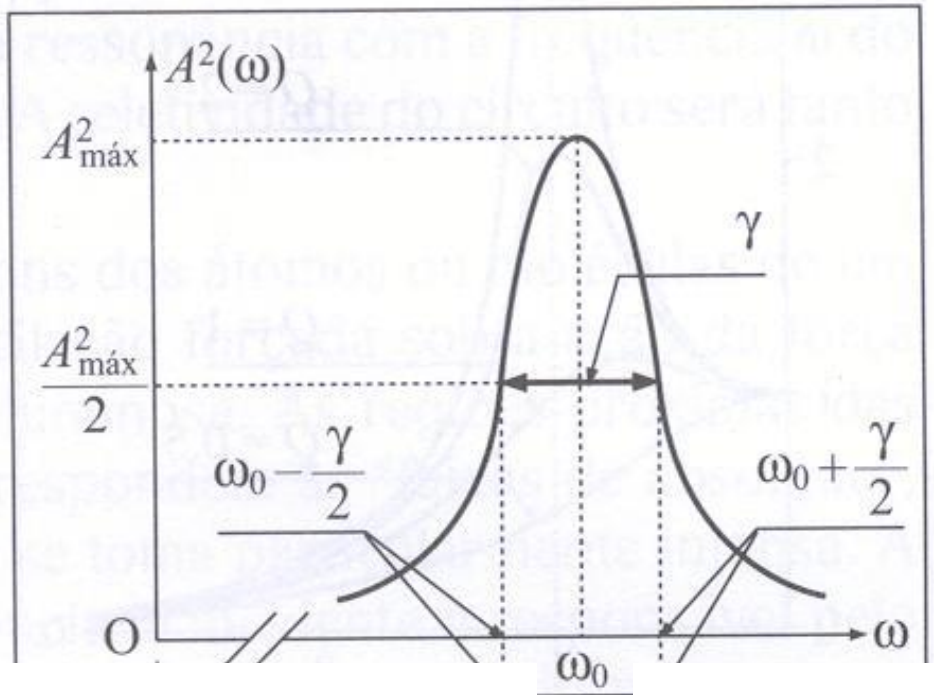
$$A^2(\omega) = \frac{F_0^2}{m^2\left(\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \gamma^2\omega^2\right)}$$

RESSONÂNCIA

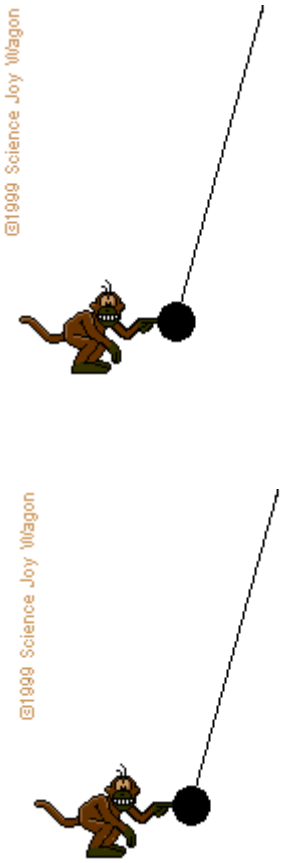
$$\omega = \omega_o$$

↓

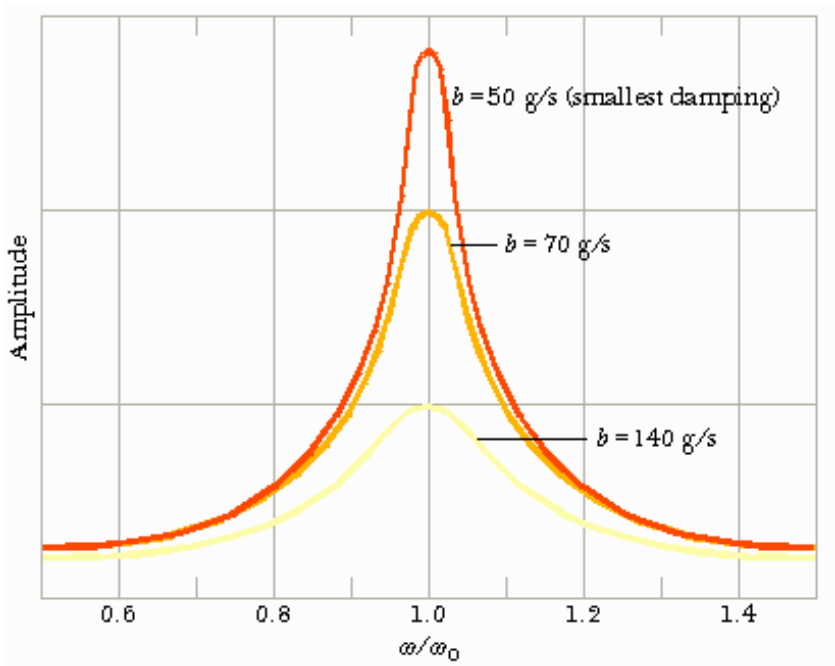
A(ω) máxima



Ressonância



$$A^2(\omega) = \frac{F_0^2}{m^2\left(\left(\omega_0^2 - \omega^2\right)^2 + \gamma^2\omega^2\right)}$$



Ressonância

Desastre na Tacoma Narrows Bridge, 1940